

La calle
Tache a Blockbuster
por miguel ángel granados chapa

Una lectora nos cuenta sus cuitas con Blockbuster. Y las contamos aquí porque no exclusivas de la sucursal Tecamachalco a que se refiere esta comunicación.

La más reciente muestra de mal servicio de esta firma se concretó en una mala copia de City hall, una película estelarizada por Al Pacino, en que hace de alcalde de Nueva York. Fue imposible verla, porque segundo a segundo, en cada escena se sobrepusieron dos letreros. Uno está habituado a leer los subtítulos en español de las cintas extranjeras. Pero en este caso, adicionalmente a ese aditamento, que aparecía en amarillo, se agregaba una mancha negra, tan grande como fuera prolongado el parlamento, sobre la que aparecían en letras blancas las mismas palabras, en inglés, que pronunciaban los actores y las actrices. Y no es que se tratara de un servicio a personas sordas de habla inglesa (para lo cual hubiera sido innecesario el subtítulo en español), sino que debe haber sido una copia de trabajo, porque incluía indicaciones propias de un guión, en que se prescribe lo que deben hacer los participantes en la filmación, o más absurdamente, se describe lo que está ocurriendo. Si por ejemplo una persona susurra a otra alguna frase, para que no la escuche un tercero allí presente, entre paréntesis se habla del susurro: whispering.

Fue imposible ver la película, porque la mancha negra no sólo distrae sino impide la visibilidad plena. Por lo tanto, nuestra lectora decidió devolver el video a Blockbuster. No se limitó a hacerlo mediante el buzón de recibo, sino que la entregó en propia mano de un empleado al que explicó lo que pasaba. La queja fue recibida con displicencia, alegando que el problema se originaba en los distribuidores que "asi entregan el material". Con esa excluyente de responsabilidad, como si no fuera Blockbuster quien establece directamente la relación con su cliente, desechó toda posibilidad de devolver el monto de lo pagado por el servicio no recibido, o de extender una nota de crédito con la que cubrir el importe de un nuevo alquiler.

Vamos, ni siquiera le pareció relevante la propuesta de retirar del anaquel el video correspondiente o hacerlo sustituir por otro que no está dañado por ese defecto. Nada. Como si no hubiera pasado nada.

Eso es sólo el más reciente de los episodios de una relación marcadamente unilateral entre las videotecas y su clientela. Ciertamente no hay un monopolio. La competencia entre las dos o tres firmas que ofrecen el servicio de renta de videos es, sin embargo, meramente virtual, pues los

This is a remarkable relation. The metric is Riemannian, if and only if $H_{ikj} = 0$ (H_{ikj} is called the Cartan tensor), in which case the connection reduces to the Levi-Civita connection.

The curvature forms of the connection are defined by

$$(5) \quad \Omega_i^k = d\omega_i^k - \omega_i^j \wedge \omega_j^k.$$

Then we have

$$(6) \quad \Omega_i^k = R_{i,j\ell}^k \omega^j \wedge \omega^\ell + P_{i,j}^{k\alpha} \omega_\alpha^m \wedge \omega_j^m, \quad 1 \leq \alpha \leq m-1, \quad 1 \leq i, j \leq m$$

where $P_{i,j}^{k\alpha}$ can be expressed in terms of H_{ikj} and its covariant derivatives.

Generalizing the notion of sectional curvature in Riemannian geometry is the flag curvature. An important invariant, now a function on PTM , is the Ricci curvature $R = R_{ij}^i$. Great developments in global Riemannian geometry have been made in the second half of the 20th century. I believe a major part of differential geometry in the 21st century should be Riemann-Finsler geometry.

A book by David Bao, Shiing-shen Chern, and Zhong-Ming Shen, entitled "An Introduction to Riemann-Finsler Geometry" (405 pp) will be published in the fall of 1999 in the Graduate Texts Series of Springer-Verlag. A more substantial sequel, to be entitled "Topics in Riemann-Finsler Geometry" will be published, hopefully, in three to five years.

References

1. M. Berger, Riemannian Geometry during the second half of the 20th century, *Jahresber. Deutsch. Math.-Verein.* 100 (1998), no. 2, 45–208.
2. S. S. Chern, Local equivalence and euclidean connections in Finsler spaces, in *Shiing-Shen Chern, Selected Papers*, vol. 2, 194–212 (Springer-Verlag, Heidelberg 1989).
3. S. S. Chern (with David Bao), On a notable connection in Finsler geometry, *Houston J. Math.* 19 (1993), 135–180.
4. B. Riemann, Über die Hypothesen, welche der Geometrie zugrund liegen; English translation by M. Spivak, *A Comprehensive Introduction to Differential Geometry*, vol. 2, second edition, 135–153 (Publish or Perish, Brookline, MA 1979).

DEPARTMENT OF MATHEMATICS, UNIVERSITY OF CALIFORNIA, BERKELEY, CALIFORNIA 94720-3840 USA

Noncommutative Geometry and the Riemann Zeta Function

Alain Connes

According to my first teacher, Gustave Choquet, one does, by openly facing a well known unsolved problem, run the risk of being remembered more by one's failure than anything else. After reaching a certain age, I realized that waiting "safely" until one reaches the end-point of one's life is an equally self-defeating alternative.

In this paper I shall first look back at my early work on the classification of von Neumann algebras and cast it in the unusual light of André Weil's *Basic Number Theory* [26].

I shall then explain that this leads to a natural spectral interpretation of the zeros of the Riemann zeta function and a geometric framework in which the Frobenius, its eigenvalues and the Lefschetz formula interpretation of the explicit formulas continue to hold even for number fields. We shall then prove the positivity of the Weil distribution assuming the validity of the analogue of the Selberg trace formula. The latter remains unproved and is equivalent to RH for all L -functions with Grössencharakter.

1. Local class field theory and the classification of factors

Let K be a *local* field, i.e., a nondiscrete locally compact field. The action of $K^* = GL_1(K)$ on the additive group K by multiplication,

$$(1) \quad (\lambda, x) \rightarrow \lambda x \quad \forall \lambda \in K^*, x \in K,$$

together with the uniqueness, up to scale, of the Haar measure of the additive group K , yield a homomorphism

$$(2) \quad a \in K^* \rightarrow |a| \in \mathbb{R}_+^*$$

from K^* to $\mathbb{R}_+^*$, called the *module* of K . Its range

$$(3) \quad \text{Mod}(K) = \{|\lambda| \in \mathbb{R}_+^*; \lambda \in K^*\}$$

is a closed subgroup of $\mathbb{R}_+^*$.

The fields $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$ and $\mathbb{H}$ (of quaternions) are the only ones with $\text{Mod}(K) = \mathbb{R}_+^*$, they are called Archimedean local fields.

clientes deciden a cual club afiliarse en función de la distancia, de la proximidad al domicilio. No tienen en realidad mucho de dónde escoger. La clientela así cautiva tiene que recibir la mercancía como se la da el proveedor. Aunque se pide al público que rebobine la cinta, cuando el usuario no lo hace la empresa debería cuidar que esté lista para ser vista de nuevo. A menudo no ocurre así. Con frecuencia también las copias son muy malas: La imagen aparece difusa en la parte superior o bien el sonido es de pésima calidad. Y lo peor, porque no ocurre de tanto en tanto, sino invariablemente, es que asestan avances, cortos o trailers de otras cintas, tal como hacen los exhibidores en las salas de cine. Claro que en la intimidad del hogar el aparatito controlador permite adelantar o atrasar el video. Pero el cliente no debiera tener que tomarse ese trabajo. De modo que hay que poner un tache a Blockbuster. Así se traduce en el español de México el resultado de tachar, de objetar algo. No lo hacemos por mezquinos motivos comerciales, para favorecer a las otras firmas, ya que ninguna es sustancialmente mejor que la otra. Nuestra lectora nos ha pedido hablar en voz alta de estos abusos y defectos para que, al menos, no se le entripen la molestia.

- [K-K-L] J. Kahn, G. Kalai, N. Linial, *The influence of variables on Boolean functions*, Proc. 29th IEEE FOCS 58–80, IEEE, NY (1988).
- [Mar] G. Margulis, *Probabilistic characteristics of graphs with large connectivity*, Prob. Peredashi Inform. 10 (1974), 101–108.
- [Mont] H. Montgomery, *Topics in multiplicative number theorem*, Springer LNM 227 (1971).
- [Roth] K. Roth, *On certain sets of integers*, J. London Math. Soc. 28 (1953), 245–252.
- [Rus] L. Russo, *An approximate zero-one law*, Z. Wahrsch. werw. Gebiete, 61 (1982), 129–139.
- [Ruz] I. Ruzsa, *Generalized arithmetic progressions and sumsets*, Acta math. Hungar. 65 (1994), 379–388.
- [Sh] S. Shelah, *Primitive recursive bounds for van der Waerden numbers*, J. AMS. Vol. N3 (1998), 683–697.
- [St] E. Stein, *Oscillatory integrals in Fourier Analysis*, in Beijing Lectures in Harmonic Analysis (ed. E. Stein), Annals of Math. Studies N112, 305–355.
- [Str] R. Strichartz, *Restrictions of Fourier transforms to quadratic surfaces and decay of solutions of wave equations*, Duke math. J. 44 (1977), 705–714.
- [Sz1] E. Szemerédi, *On sets of integers containing no four elements in arithmetic progression*, Acta Math. Acad. Sci. Hungar. 10 (1969), 89–104.
- [Sz2] E. Szemerédi, *On sets of integers containing no k elements in arithmetic progression*, Acta. Arith. 27 (1975), 299–345.
- [Sz3] E. Szemerédi, *Integer sets containing no arithmetic progressions*, Acta. Math. Hungar. 56 (1990), 155–158.
- [Ta] M. Talagrand, *On Russo's approximate zero-one law*, Ann. Probab. 22 (1994), N3, 1576–1587.
- [Tao] T. Tao, *The Bochner-Riesz conjecture implies the restriction conjecture*, Duke Math. J. , 96 (1999), N2, 363–375.
- [To] P. Tomas, *A restriction theorem for the Fourier transform*, Bull AMS 81 (1975), 447–478.
- [T-V-V] T. Tao, A. Vargas, L. Vega, *A bilinear approach to the restriction and Kakeya conjectures*, J. Amer. Math. Soc., 11 (1998), N4, 967–1000.
- [vdW] B.L. van der Waerden, *Beweis einer Baudetsche Vermutung*, Nieuw Arch. Wisk. 15 (1927), 212–216.
- [Wo1] T. Wolff, *An improved bound for Kakeya type maximal functions*, Rev. Math. Iberoamericana 11 (1995), 651–674.
- [Wo2] T. Wolff, *Recent work connected with the Kakeya problem*, Prospects in Mathematics, Princeton, NJ, 1996, 129–162, AMS, Providence, RI, 1999.
- [Wo3] T. Wolff, *Maximal averages and packing of one-dimensional sets*, Proc. ICM 1994, (Berlin).

INSTITUTE FOR ADVANCED STUDY, PRINCETON, NJ 08540
 E-mail address: bourgain@math.ias.edu

Back to Riemann

Shiing-Shen Chern

In his famous 1854 Habilitationsvortrag “Über die Hypothesen, welche der Geometrie zugrund liegen”, Riemann developed a metric geometry based on the element of arc

$$(1) \quad ds = F(x^1, \dots, x^n, dx^1, \dots, dx^n)$$

where the function $F(x, y)$ is linearly homogeneous in y . An important special case is when

$$(2) \quad F^2(x, dx) = g_{ik}(x) dx^i dx^k.$$

Subsequent developments have given this the name Riemannian geometry. It had an impressive development in the second half of the 20th century. For a new account see M. Berger [1].

Riemann calculated the curvature tensor in Riemannian geometry. For the general case he remarked “we will now stick to the case of ellipsoids (quadratic forms) because if not the computations will become very complicated.”

In fact, *the general case is just as simple*, and a main point went unnoticed by Riemann and his successors. It is to take as base manifold the manifold of line elements ($= PTM =$ projectivized tangent bundle, so that $\dim PTM = 2m - 1$, if $\dim M = m$). In 1948 I published a paper solving the problem of equivalence of Finsler manifolds, i.e., the local problem for Finsler metrics to differ by a coordinate transformation. The paper was summarized in Rund's book and has been otherwise completely ignored. The general case is also the content of Problem 23 of Hilbert's Paris address of 1900. I think it is appropriate to call it Riemann-Finsler geometry.

Let $p : TM \rightarrow M$ be the tangent bundle of M . The basic idea is to consider the bundle

$$(3) \quad p^*TM \rightarrow PTM.$$

The fundamental theorem says that this bundle has a uniquely defined torsionless connection whose connection forms, ω_i^k , satisfy the relation

$$(4) \quad \delta_{ij} \omega_k^j + \delta_{kj} \omega_i^j = H_{ikj} \omega_m^j.$$